

# 電磁波の数値計算法に関する研究

評価技術課 宮田直幸 佐々木克浩 塚本吉俊

## 1. 緒言

電子機器は電磁ノイズを発生し、それによる誤動作が問題となることから、EMC (Electromagnetic Compatibility) に関する国際規格 CISPR では許容される放射エミッション等の限度値が規定されており、例えば EU ではそれに準拠した EN 規格を満たし、CE マーキングを取得することが要求されている。国内においても VCCI による自主規制があるため、電子機器を製造・販売するためには、それらの規格値を満たすことが重要となっている。

そのため電波暗室の利用による電磁ノイズ発生量等の確認が必要となるが、事前にそれらを見積もることができれば設計において効率的である。しかしながら電子回路基板のパターンや、各種ケーブルの配置等導電性構造物との位置関係は回路を集中定数のそれと見なした挙動から大きく変えてしまうため、それらの影響を評価するには、構造をモデル化し、Maxwell 方程式を PC 等で解く必要がある。

## 2. 手法

### 2.1 手法に関する考察

既存の電磁波の数値計算法には周波数領域のものと同時間領域のものがある。特に時間領域のものは計算オーダーが格子点数  $N$  の  $4/3$  乗で済むうえ、ブロックに分割して並列化した分、時間を短縮できるという特長を持つ。

よく使われるのは FDTD (Finite Difference Time Domain) 法<sup>1)</sup>であるが、位相速度が高周波数側で小さくなるため、非線形素子の存在する問題ではピーク値が信用できなくなることや、空間格子幅と時間離散幅の係数に強い制限があることといった難点がある。

一方、他の時間領域手法の一つである CIP (Constrained Interpolation Profile) 法<sup>2)</sup>は上記難点を持たない。つまり、位相速度が高周波数側でも一定であるし、時間離散幅を一空間格子幅の外から波が伝播してくる場合まで上げることも可能である。通常の CIP 法は短所として高周波数側で振幅が減衰するが、CIP-CSL4 等の保存形のスキームを採用することで、改善できる余地がある<sup>3)</sup>。

もっとも、時間領域手法ではこれまで電磁場そのものに対して解かれてきたため、磁場の無発散条件  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  が保証されていない。この条件は磁気流体力学において重要であるうえ、本来満たされるべき条件であるため、数値計算においても保証されることが望ましく、精度の改

善につながることを期待される。

### 2.2 考案した手法

本研究では電磁場の代わりにそのポテンシャルであるゲージ場についての数値計算法を考案した。ゲージ場としては局所的なデータのみを必要とし、数値計算に適している Lorentz 条件を満たすもの考えた。純粋な伝播 (同次の部分) を Kirchhoff 積分表示のまま Hermite 補間の補間関数で球面上を積分する手法についても試みたが、補間関数との相性からか振動・発散の起こる不安定なものであった。そこで次に同次の部分を無質量 Dirac 方程式から CIP 法の方法分離により求める手法 (以下、本手法) を考えた。電流が存在する場合は局所的なデータのみを必要とする Poisson 方程式を解くことで次の時刻における同次の部分の変数に更新すればよい。本手法のようにゲージ場について解く手法であれば、そもそも  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  は満たされている。

### 2.3 計算対象と適用手法

Table 1 で示されるパラメータと初期条件に対して Maxwell 方程式を解く。比較する手法としては電磁場に対する CIP 法の type M を選んだ。本手法ではゲージ場に対する CIP 法の type C を選んだが、空間偏微分したものが電磁場と対等にセルの境界で滑らかであるように、従属変数には各方向に 2 階偏微分までのものを含む。

Table 1 Parameters and initial conditions applied to the results of Fig.1 to Fig. 3

Parameters	$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2\Delta t = 1/N^{1/3},$ $N_x = N_y = N_z = N^{1/3} = 50,$ $\varepsilon = \mu = 1.$
Initial conditions (at time $t = 0$ )	$\sigma = 0.1, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$ $A_x = \frac{y}{2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right),$ $A_y = -\frac{x}{2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right),$ 0 otherwise.

## 3. 計算結果と考察

Fig. 1 に解いた結果の外観図を示す。

Fig. 2 には Fig. 1 の断面のプロファイルを示す。両手法とも実用上十分な精度で非物理的な異方性を持たないこ

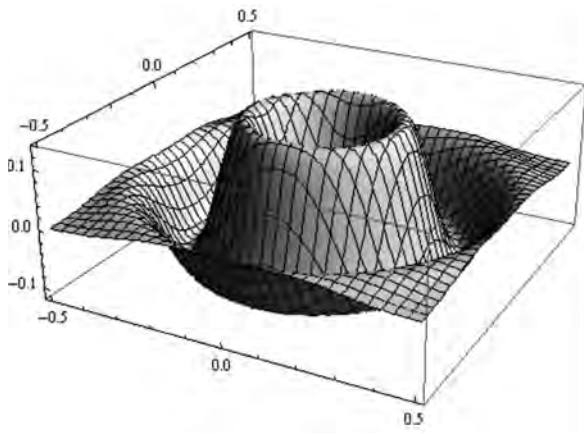


Fig.1 3D plot of  $B_z$  at  $z = 0, t = 30\Delta t$  by our method

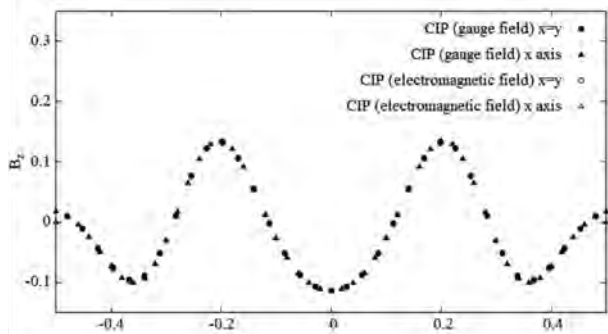


Fig. 2 Cross-sectional profiles of  $B_z$  at  $z = 0, t = 30\Delta t$

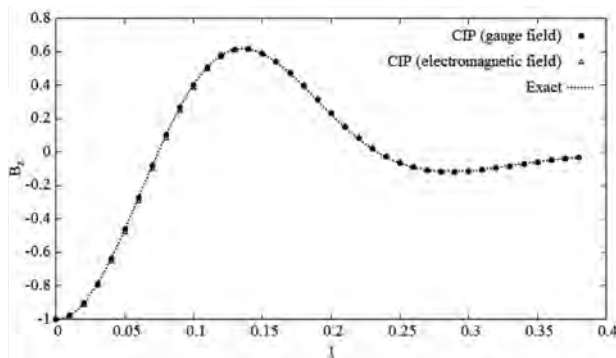


Fig. 3 Comparison of time-dependence of  $B_z$  at  $r = 0$  between methods and the exact solution

とがわかる。

Fig. 3 には原点の位置における両手法と厳密解との比較を示す。厳密解を十分な精度で再現していることから、両手法の、とりわけ本手法の妥当性が確認できる。また、図からは確認することが難しいが、本手法の方が図中の全ての時刻においてより厳密解に近い。この点だけをもって精度を論ずることはできないが、実際、電磁場に対する CIP 法の厳密解に対する誤差は本手法のその 100 ~ 1000 倍はあるようである。一方で本手法の計算量が数倍で済んでいることは特筆すべきことと考える。

しかし、長所ばかりではない。本手法は電磁場に対するそれとは異なり、完全導体の内部であっても単純にゼロと置くことはできず、内部も含めて計算する必要がある。

#### 4. 結言

本研究で考案した手法は FDTD 法に比べれば計算量が非常に多いが、それは格子点数  $N$  にはよらず、格子幅が小さくなるほど精度の点で有利になるようなものである。一方で、振幅の減衰特性が改善されているか、あるいは改善の余地があるかについては今後の課題として残されている。EMC 対策のための手法としては、ゲージ場までは計算効率の観点からは必要がない可能性もある。しかし、ゲージ場はメソスコピックなスケールでは無視することができず、本手法はそのような場合についての新しい手法という意義を持つ。

#### 参考文献

- 1) A. Taflove and S. C. Hagness : Computational electrodynamics, ARTECH HOUSE (2005).
- 2) 矢部他 : CIP 法, 森北出版(2003).
- 3) 大久保他 : 信学技報 AP2006-104(2006-12).

キーワード : EMC、電磁波、シミュレーション、CIP 法、ゲージ場

### Numerical Calculation Method for Electromagnetic Wave

Evaluation Technology Section; Naoyuki MIYATA, Katsuhiro SASAKI and Yoshitoshi TSUKAMOTO

We propose a numerical calculation method for electromagnetic gauge field, i.e., one that automatically guarantees the divergence free condition of the magnetic field. In our method, by solving the time-dependent massless Dirac equation one obtains the time evolution of gauge field. We confirmed that numerical results of our method were in good agreement with the exact solution.