

構造体による電磁波制御

製品・機能評価課 宮田直幸

1. 緒言

電波通信における通信規格 5G/6G では、概ね 30GHz 以上の周波数帯域を利用することで広帯域を確保し、それによる高い通信効率を可能にしている。

一方、それらの高い周波数では回折(波の回り込み)が小さいため、建物の陰になるような場所に電波が届きにくく、今後の普及のための課題となっている。

そこでメタマテリアル(meta material)の一種であるメタサーフェス(meta surface)と呼ばれる平板状の構造体により電波を曲げることで、電波をすみずみまで行き届くようにするということが考えられている。透過型メタサーフェスにはいくつかの種類があるが、電波を曲げる原理として、透過波の位相角を場所ごとに变化させることは共通している。

本研究では、理想的な電波屈折板として誘電体のように広帯域に電磁波の位相速度を変えながら低反射でもある多層金属格子を扱う。

2. 理論

構造の詳細を Fig. 1 に示す。寸法の記号は、文献¹⁾に合わせた。前年度²⁾において、スリット幅の占有率 $f(=a/d)$ が十分に小さい時、 2×2 行列の問題に近似できるということを述べ、寸法と有効屈折率および無反射条件の関係について論じたが、理論の根幹に関わるための、ここでは詳細な考察を行う。まず、スリット内では本来 TEM モード($n = 0$)だけでなくエバネッセントモード($n > 0$)も存在し、転送行列(transfer matrix)は無次元行列である。今の場合も E_x と H_y についての境界条件だけから次の式が求まる。

$$e_n^{(-)} = \sum_{n'=0}^{\infty} D_{nn'} e_{n'}^{(+)} - \sum_{n'=0}^{\infty} D'_{nn'} e_{n'}'^{(+)} \quad (1)$$

$$e_n'^{(-)} = \sum_{n'=0}^{\infty} D_{nn'}^* e_{n'}^{(+)} - \sum_{n'=0}^{\infty} D'_{nn'} e_{n'}'^{(+)} \quad (2)$$

ここで、

$$e_n^{(\pm)} = e_n^+ u_n \pm e_n^- \quad (3)$$

$$e_n'^{(\pm)} = e_n'^+ \pm e_n'^- u_n$$

$$D_{nn'} = \sqrt{\beta_n} \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_{pn}^* \frac{w_p^{-1} + w_p}{w_p^{-1} - w_p} \frac{f}{\alpha_p} c_{pn'} \sqrt{\beta_{n'}} \quad (4)$$

$$D'_{nn'} = 2\sqrt{\beta_n} \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_{pn}^* \frac{e^{-iG_p l}}{w_p^{-1} - w_p} \frac{f}{\alpha_p} c_{pn'} \sqrt{\beta_{n'}} \quad (5)$$

$$c_{pn} = \frac{1}{a} \int_0^a e^{-iG_p x} \varphi_n(x) dx \quad (6)$$

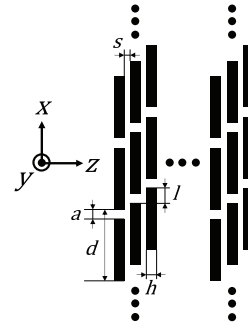


Fig. 1 Schematic of the multilayer metallic structure

とする。また、 $\varphi_n(x) = 1 (n = 0), \sqrt{2} \cos(\gamma_n x) (n > 0)$ は正規直交基底、 ω は角周波数、 c は光速、

$$k = \omega/c, G_p = k_x + 2\pi p/d, \gamma_n = \pi n/a,$$

$$\alpha_p = \sqrt{k^2 - G_p^2}, \beta_n = \sqrt{k^2 - \gamma_n^2}, w_p = e^{i\alpha_p s}, u_n = e^{i\beta_n h},$$

とする。 $e_n^{\pm} (n \geq 0)$ は誘電体層を挟んで隣接する Fig. 1 における z 負側スリットの、 $e_n'^{\pm} (n \geq 0)$ は z 正側スリットの電磁場の展開係数であり、これらについての転送行列の形にできれば固有値問題として分散関係を求められる。

ここでは簡単のため $k_x = 0$ (垂直入射)の場合のみを考え、結果の数式は煩雑なため、考え方の概要を述べるにとどめる。 p に関する和において $p = 0$ の項は、 $n = n' = 0$ の項にのみ現れる。 $p \neq 0$ の項の和として次のもの考える：

$$\sum_{p \neq 0} c_{pn}^* g(G_p s) \frac{e^{-iG_p l}}{G_p^{2m}} c_{pn'} =$$

$$\frac{1}{a^2} \int_0^a \int_0^a dx dx' \varphi_n(x) \sum_{p \neq 0} g(G_p s) \frac{e^{iG_p(x-x'-l)}}{G_p^{2m}} \varphi_{n'}(x'), \quad (7)$$

ここで $g(G_p s)$ は $G_p s$ の無次元の偶関数とする。これらは $D_{nn'}$ を k で展開した時の展開係数として現れる。

(i) $g(G_p s)$ の $G_p s$ の原点まわりのテイラー展開の $2m$ 次以上の項に対しては、

$$\sum_{p \neq 0} (iG_p)^{2m'} e^{iG_p x} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{2m'} (d \operatorname{comb}_d(x) - 1), \quad (8)$$

($m' \geq 0$)の計算が現れる。 x' による積分を先に実行すると $l = 0$ の場合のみ微分を $\varphi_{n'}(x)$ に押し付けることができ、 $G_p s$ の低次の項を差し引いた $g(G_p s)$ が $g(\gamma_{n'} s)$ で置き換わる(原点まわりの展開の収束半径外の $G_p s$ と $\gamma_{n'} s$ についても項の並べ替えで収束する)。一方、 $a \leq l \leq d/2$ の場合は積分領域が重ならないことで0となり、 $0 < l \leq a$ の場合は積分領域の端の影響が現れる。その結果、

$0 < l \leq a$ の場合のみ非対角ブロック ($n \neq n'$) に d のオーダーの量が現れ、それ以外の場合は、現れる場合でも最大で d のオーダーで対角ブロック ($n = n'$) のみに現れる。

(ii) $g(G_p s)$ の $G_p s$ の原点まわりのテイラー展開の $2m$ 次未満の項に対しては、

$$\sum_{p \neq 0} c_{pn}^* \frac{e^{-iG_p l}}{G_p^{2m'}} c_{pn'}, \quad (9)$$

の計算が現れ、そのためには、

$$\sum_{p \neq 0} \frac{e^{iG_p x}}{(iG_p)^{m'''}}, \quad (10)$$

($m''' \geq 1$) を求めることになる。これは式(8)の $m' = 0$ の場合の多重積分であるが、周期性の考慮により積分定数は一意的に定まる。具体的には、区間 $(0, d)$ において

$$\sum_{p \neq 0} \frac{e^{iG_p x}}{iG_p} = -\left(x - \frac{d}{2}\right), \quad (11)$$

$$\sum_{p \neq 0} \frac{e^{iG_p x}}{(iG_p)^2} = -\frac{1}{2} \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{24}, \quad (12)$$

等のように求まる。これらと $n > 0$ に対する恒等式

$$c_{pn} = \frac{iG_p}{\gamma_n^2 a} (1 + (-1)^n e^{-iG_p a}) + \frac{G_p^2}{\gamma_n^2} c_{pn}, \quad (13)$$

を用いると k の高次の項についても計算できる。結果として、(i) と異なる現れ方のものと言えば、 $(n, n') = (0, 0)$ の場合 $d^{2m''}$ 、 $(n, n') \neq (0, 0)$ の場合 $d^{2m''-2}$ のオーダーの項が現れる。

(i) と (ii) の結果をまとめると、 kd の最低次の項のみを考えた時、 $D_{nn'}$ の対角ブロックは $f^0 = 1$ のオーダー、非対角ブロックは f のオーダーである。 $D'_{nn'}$ も $0 < l \leq a$ の場合を除いて同様であり、特に f が十分に小さければ逆行列が存在し、摂動的に求められるため、転送行列が求まる。以下、 $0 < l \leq a$ の場合を除く。

転送行列において、(a) $(n, n') = (0, 0)$ ブロックにおいては、最低次の摂動として $f k^2$ のオーダーの項が加わり、(b) $(n, n') = (0, n' > 0)$ ブロックまたは $(n, n') = (n >$

$0, 0)$ ブロックにおいては、最低次の摂動として $f\sqrt{k}$ と $k\sqrt{k}$ のオーダーの項が加わる。また、対角ブロックの無摂動における固有値は、 $k \rightarrow 0$ で縮退せず、対角化可能であることが確かめられる。

これらを合わせると、摂動論から $(n, n') = (0, 0)$ ブロックにおける摂動後の固有値が計算できる。無摂動における $(n, n') = (0, 0)$ ブロックは、 k/f の (-1) 次以上のべき乗の項を含むため、有効屈折率の計算において摂動が無視し得ることは自明ではない。しかしながら、実際固有値としては $f^2 k, f k^2, k^3$ のオーダーの項が寄与し、有効屈折率の計算に影響する $f^2 k$ と $f k^2$ については、 f が十分小さい時に無視することができる。また、固有ベクトルにおいても同様に無視することができる。

3. 結言

多層金属格子内の電磁場が、スリット幅の占有率 f が十分小さい時に 2×2 行列の問題に近似できるということを確認した。これは、隣接するスリットの位置にずれがないか、入射方向に重なりを持たないように大きくずれている場合にのみ成り立つ。特に有効屈折率の計算に必要な低周波数に対しては、TEM モードを考えるだけでよく、必要であれば、小さい f による補正も摂動的に得られることがわかった。

一方、隣接する層のスリットが垂直入射の方向に重なりを持つように中途半端にずれている場合はそうとは言えず、TEM モードとエバネッセントモードが混成したモードを考える必要がある。

参考文献

- 1) J. T. Shen and P. M. Platzman, *Phys. Rev. B*, **70** (2004) 035101
- 2) 宮田, 富山県産業技術研究開発センター研究報告, **38** (2024) 33-34

キーワード：電磁波、メタマテリアル、メタサーフェス

Control of Electromagnetic Waves using Multilayer Metallic Structures

Product and Function Evaluation Section; Naoyuki MIYATA

The multilayer metallic gratings with narrow slits are known to exhibit linear dispersion relations of electromagnetic waves at sufficiently low frequencies. In this research, we examined the validity of the 2×2 matrix approximation of the transfer matrix and found that it is correct only when the slits are displaced relative to the adjacent layer by a distance equal to zero or greater than the width of the slit.